偏微分方程式の計算数理（共立出版，2023 年）
正誤表と補足コメント

齊藤 宣一
http://www.infsup.jp/saito/

最新更新日：2024 年 4 月 2 日 (← 2023.10.25)

1 正誤表

頁/行	訂正前	訂正後	更新日
$15/-5$	となる．	となる．ただし，$I \in \mathbb{R}^{N\times N}$ は単位行列である．	2023.11.02
$36/9 \sim 11$	$\boldsymbol{u}^{n-1+\theta}$，$\boldsymbol{u}^{n-1}$	$\boldsymbol{u}^{(n-1+\theta)}$，$\boldsymbol{u}^{(n-1)}$	2023.10.25
$36/9$	$k\langle A_h\boldsymbol{u}',\ A_h\boldsymbol{u}\boldsymbol{'}\rangle$ (2 つ目の $\boldsymbol{'}$ がボールド体)	$k\langle A_h\boldsymbol{u}',\ A_h\boldsymbol{u}'\rangle$	2023.11.04
$69/11$	$0 \le x \le x+\varepsilon$	$0 \le x \le \varepsilon$	2023.10.25
$79/1$	$w = w(x)$	$u = u(x)$	2023.11.09
$79/2$	$J(w) = \int_0^L G(w, w_x)\ dx$	$J(u) = \int_0^L G(u, u_x)\ dx$	2023.11.09
$97/-5$	$G\boldsymbol{u}^{(n-1)} - i\tau H^{-1}\left[(1-\theta)\boldsymbol{f}(\boldsymbol{u}^{(n-1)}) + \theta\boldsymbol{f}(\boldsymbol{u}) + \boldsymbol{g}^{(n-1+\theta)}\right]$	$G\boldsymbol{u} - i\tau H^{-1}\left[(1-\theta)\boldsymbol{f}(\boldsymbol{u}) + \theta\boldsymbol{f}(\boldsymbol{u}) + \boldsymbol{g}^{(n-1+\theta)}\right]$ （2 箇所の $(n-1)$ を削除）	2023.12.13
$97/-3$	確かめられる．	確かめられる．ただし，$\mathcal{F}(\boldsymbol{u})$ は，(2.51) で定めたものである．(2.52) も見よ．	2023.12.13
$98/3$	$\vert\!\vert\!\vert\boldsymbol{u}^{(n-1)}\vert\!\vert\!\vert + \tau(1-\theta)\vert\!\vert\!\vert\boldsymbol{f}(\boldsymbol{u}^{(n-1)})\vert\!\vert\!\vert + \tau\theta\vert\!\vert\!\vert\boldsymbol{f}(\boldsymbol{u})\vert\!\vert\!\vert + \tau R$	$\vert\!\vert\!\vert\boldsymbol{u}\vert\!\vert\!\vert + \tau(1-\theta)\vert\!\vert\!\vert\boldsymbol{f}(\boldsymbol{u})\vert\!\vert\!\vert + \tau\theta\vert\!\vert\!\vert\boldsymbol{f}(\boldsymbol{u})\vert\!\vert\!\vert + \tau R$（2 箇所の $(n-1)$ を削除）	2023.12.13

98/4	$\vert\Vert \boldsymbol{u}^{(n-1)} \vert\Vert + \tau(1-\theta)C_{1f}(\vert\Vert \boldsymbol{u}^{(n-1)} \vert\Vert) + \tau\theta C_{1f}(\vert\Vert \boldsymbol{u} \vert\Vert) + \tau R$	$\vert\Vert \boldsymbol{u} \vert\Vert + \tau(1-\theta)C_{1f}(\vert\Vert \boldsymbol{u} \vert\Vert) + \tau\theta C_{1f}(\vert\Vert \boldsymbol{u} \vert\Vert) + \tau R$ （2 箇所の $(n-1)$ を削除）	2023.12.13
144/ − 2	凸多角形ならば	凸多角形領域ならば	2023.11.02
140/13, 15, 16	$\Vert B \Vert$ (3 箇所)	$\Vert E \Vert$ (3 箇所)	2023.11.19
140/16	$\det B$	$\det E$	2023.11.19
275/ − 7	$\inf_{x \in X} \frac{\Vert Tx \Vert_Y}{\Vert x \Vert_X}$	$\inf_{v \in X} \frac{\Vert Tv \Vert_Y}{\Vert v \Vert_X}$	2023.11.04
276/14	$\mathcal{R}(A)$ (2 箇所)	$\mathcal{R}(T)$ (2 箇所)	2023.11.03
287/ − 7	$\Vert p - p_h \Vert_V$	$\Vert p - p_h \Vert_Q$	2023.12.13
302/ − 6	$C_9 \vert(u,p)\Vert_{\mathcal{X}}$	$C_9 \Vert(u,p)\Vert_{\mathcal{X}}$	2024.01.16
304/6	が成り立つ．	が，任意の $T \in \mathcal{T}_h$ に対して，成り立つ．	2023.10.25
304/11	$\vert\Vert (v,q) \vert\Vert$	$\vert\Vert (v,q) \vert\Vert_{\mathcal{T}_h}$	2024.01.16
305/5	$\inf_{(u_h,p_h)\in\mathcal{X}_h} \sup_{(v_h,q_h)\in\mathcal{X}_h} \frac{B_h((u_h,p_h),(v_h,q_h))}{\Vert(u_h,p_h)\Vert_{\mathcal{T}_h} \Vert(v_h,q_h)\Vert_{\mathcal{T}_h}}$	$\inf_{(u_h,p_h)\in\mathcal{X}_h} \sup_{(v_h,q_h)\in\mathcal{X}_h} \frac{B_h((u_h,p_h),(v_h,q_h))}{\vert\Vert(u_h,p_h)\vert\Vert_{\mathcal{T}_h} \vert\Vert(v_h,q_h)\vert\Vert_{\mathcal{T}_h}}$	2024.01.16
329/14	$1 \le p \le \infty$	$1 \le p < \infty$ （2° は 2 つの空間が同一視できるという主張です）	2023.12.06
371/6	$\Vert (A^{-1})^* \mathcal{E}_h(t)^* \Vert$	$\Vert \mathcal{E}_h(t)^* (A^{-1})^* \Vert$	2023.11.05
434/ − 9	$\underbrace{\int_\Omega [\nabla \cdot (bu)] v \; dx}_{=I}$	$\underbrace{-\int_\Omega (bu) \cdot \nabla v \; dx}_{=I}$	2024.01.26
435/2 − 4	$I \approx \sum_{i=1}^{N+B} v_h(\mathrm{P}_i) \int_{D_i} \nabla \cdot (b^m u_h) \; dx$ $= \sum_{i=1}^{N+B} v_h(\mathrm{P}_i) \int_{\partial D_i} (b^m \cdot n_i) u_h \; dx$ $= \sum_{i=1}^{N+B} v_h(\mathrm{P}_i) \sum_{j \in \Lambda_i} \int_{\Gamma_{ij}} (b^m \cdot n_{ij}) u_h \; dx$	$I = \int_\Omega [\nabla \cdot (b^m u)] v \; dx - \int_\Gamma (b^m \cdot n) uv \; dS$ $\approx \sum_{i=1}^{N+B} v_h(\mathrm{P}_i) \int_{D_i} \nabla \cdot (b^m u_h) \; dx - \sum_{i=N+1}^{N+B} v_h(\mathrm{P}_i) \int_{\partial D_i \cap \Gamma} (b^m \cdot n_i) u_h \; dS$ $= \sum_{i=1}^{N+B} v_h(\mathrm{P}_i) \int_{\partial D_i} (b^m \cdot n_i) u_h \; dx - \sum_{i=N+1}^{N+B} v_h(\mathrm{P}_i) \int_{\partial D_i \cap \Gamma} (b^m \cdot n_i) u_h \; dS$ $= \sum_{i=1}^{N+B} v_h(\mathrm{P}_i) \sum_{j \in \Lambda_i} \int_{\Gamma_{ij}} (b^m \cdot n_{ij}) u_h \; dx$	2024.01.26
440/6	$r(x,y) = \sqrt{(x-1/4)^2 + (y-1/4)^2}$	$r(x,y) = (x-1/4)^2 + (y-1/4)^2$	2024.01.26

$444/-1$	質量保存性則	質量保存則（性を削除）	2023.10.25
$468/2,5$	$(q,\nabla\cdot v)$	$(q,\nabla\cdot v)_{L^2(\Omega)}$	2024.04.04
$472/4$	$\lambda\in\mathbb{R}$	$\mu\in\mathbb{R}$	2023.10.25
$476/-9$	$\\|Jv_k-Jv_n\\|_{2,\Omega}$	$\\|Jv_k-Jv_m\\|_{2,\Omega}$	2023.10.25
515	[69] Y. Chiba and N. Saito. Nitsche's method for a Robin boundary value problem in a smooth domain. *Numer. Methods Partial Differential Equations*, 掲載予定	[69] Y. Chiba and N. Saito. Nitsche's method for a Robin boundary value problem in a smooth domain. *Numer. Methods Partial Differential Equations*, Vol. 39, No. 6, p.p. 4126–4144, 2023.	2024.04.02
535	[390] M. Tabata. A numerical algorithm for an upwind-type finite element method using exponential functions. *Theoretical and Applied Mechanics*, Vol. 34, pp. 371–376, 1986.	[390] M. Tabata. Conservative upwind finite element approximation and its applications. In *Analytical and numerical approaches to asymptotic problems in analysis (Proc. Conf., Univ. Nijmegen, Nijmegen, 1980)*, pp. 369–381 North-Holland Math. Stud., 47. Amsterdam-New York, 1981	2023.12.13
539/右$-14\sim-17$	Galerkin Least Square (GLS) 安定化 408　Galerkin Least-Square (GLS) 安定化 203	Galerkin Least Square (GLS) 安定化 303, 408	2023.10.25
540/左 -5	$\mathbb{P}_2/\mathbb{P}_1$	$\mathbb{P}_2/\mathbb{P}_1$ 要素	2023.10.25
540/右 -4	Taylor-Hood	Taylor-Hood 要素	2023.10.25
$544/-7$	(macro elements)	削除	2023.10.25

2　補足コメント

1. しばしば，“次のノルムを導入する：$\|\cdot\|^2=\cdots$” という表現をしているが，これは，“$\|\cdot\|^2=\cdots$，すなわち，$\|\cdot\|=\sqrt{\cdots}$ で定められるノルム $\|\cdot\|$ を考える” という意味である．あまり良い習慣ではないが，しばしば，専門的な論文の中でこのように表現することがある．(2023.10.25, 2023.11.12)
2. 研究課題 2.2 と研究課題 2.3 は，私が学部 4 年生の時に，藤田宏先生から出された課題である．ただし，中川の可変時間刻み幅の技巧を使えとは言われなかったし，文献も直接は教えてはもらえなかった．その代わりに，（質問に行った際に）陳蘊剛，田端正久，俣野博の名前だけ教えてもらった．その後，以下の論文や記事を見つけ，これらが私が初めて読んだ数学の論文となった．夏休み明けから，冬休みまでかかったと記憶している．幸いなことに，この三人の先生とは，その後長く（現在に至るまで）

交流を持てることになった．

[66] Y. G. Chen. Asymptotic behaviours of blowing-up solutions for finite difference analogue of $u_t = u_{xx} + u^{1+\alpha}$. *J. Fac. Sci. Univ. Tokyo Sect. IA Math.*, Vol. 33, No. 3, pp. 541–574, 1986.

[388] M. Tabata. A finite difference approach to the number of peaks of solutions for semilinear parabolic problems. *J. Math. Soc. Japan*, Vol. 32, No. 1, pp. 171–192, 1980.

[397] 田端正久．もう一つの数値解析—離散問題から連続問題へのフィードバック—．数値解析と非線型現象（山口昌哉 [編]）, pp. 17–53. 日本評論社, 1996.

[281] H. Matano. Nonincrease of the lap-number of a solution for a one-dimensional semilinear parabolic equation. *J. Fac. Sci. Univ. Tokyo Sect. IA Math.*, Vol. 29, No. 2, pp. 401–441, 1982.

陳先生のことは，今となっては，ご存知ない方が多いかもしれない．

- Y. G. Chen, Y. Giga, and S. Goto, *Uniqueness and existence of viscosity solutions of generalized mean curvature flow equations*, J. Differential Geom. Vol. 33, No. 3, pp. 749–786, 1991.

この論文の Chen さんと同一人物である．(2023.11.02)

3. [390] の参照ミスは，BibTeX からの拾い違いが原因です．(2023.12.13)
4. 定義 4.36 で述べた，多角形領域，多面体領域の定義は，“本書ではこのように扱う” という意味であるので，くれぐれも注意されたい（なので，“多面体とは $\cdots$” という言い方はしなかった）．そして，有限要素法の数学理論の分野では，このように解釈されている，と筆者は理解している．(2023.12.19)
5. 楕円型，放物型という用語を，あまり深く考えずに使ってしまったと反省しています．あまり良い用語ではないと思うのですが，他にどう言えば良いのか分からなかったため，惰性で使ってしまいました．(2023.12.19)

— 以上 —