

計算数学基礎論

齊藤 宣一

(東京大学大学院数理科学研究科)

<http://www.infsup.jp/saito/>

開講日時・場所

- 第1日 11月2日(金)
- 第2日 11月9日(金)
- 第3日 11月30日(金)
- 第4日 12月14日(金)
- 第5日 1月11日(金)

いずれも,2限,3限,4限に西4号館104号室で行う(予定).

講義の概要と目的 様々な物理現象の定常状態の記述に現れる楕円型偏微分方程式に対する有限要素法の数学的基礎理論を解説する.有限要素法は,その抜群の汎用性の高さから,数ある偏微分方程式の数値解法の中でも,最も強力なものの一つと目されている.そして,その妥当性は,端正な数学理論によって支えられているのである.本講義では,必要となる関数解析や関数空間の基礎事項を(やや掛け足で)概説し,それに続いて,楕円型偏微分方程式の弱解,有限要素近似の導入,誤差解析の解説を行う.完成された理論の紹介というよりは,解析方法の例示に力点を置きたい.

講義の項目(予定)

I. 射影定理

- 1. 関数空間
- 2. ノルム空間(定義と例)
- 3. ノルム空間(収束と位相)
- 4. 内積空間
- 5. Banach空間とHilbert空間
- 6. 射影定理

II. 楕円型境界値問題

- 1. Poisson方程式
- 2. Sobolev空間 H^1
- 3. Poisson方程式の弱解
- 4. Lax-Milgramの定理

III. 有限要素法

- 1. Galerkin近似
- 2. 有限要素法(空間1次元)
- 3. 多角形の三角形分割
- 4. 有限要素法(空間2次元)

5. 誤差評価

IV. Sobolev空間における多項式近似

- 1. Sobolev空間 $W^{m,p}$
- 2. Taylor多項式
- 3. 誤差の表現
- 4. Rieszポテンシャル
- 5. 補間誤差評価
- 6. 応用

V: 補足と展望

- 1. 課題
- 2. (L^p における誤差評価)
- 3. (滑らかな境界の場合)
- 4. (逆不等式)
- 5. (FreeFEM)
- 6. (空間3次元の場合)
- 7. (放物型偏微分方程式)

参考書

- S. C. Brenner and L. R. Scott: The Mathematical Theory of Finite Element Methods, 2nd ed. Springer-Verlag, New York, 2002.
- H. Brezis: *Analyse Fonctionnelle — Théorie et Application*, Masson, Paris, 1983. (小西芳雄訳・藤田宏監訳:関数解析,産業図書)
- P. G. Ciarlet: The Finite Element Method for Elliptic Problems, North-Holland, Amsterdam, 1978.
- 藤田宏: 理論から応用への関数解析,岩波書店,2007年.
- P. A. Raviart and J. M. Thomas: Introduction à l'Analyse Numérique des Équations aux Dérivées Partielles, Masson, Paris, 1983.

成績評価 第4日目の講義の際に課題を出す.第5日目に,その結果を報告してもらい,評価する.

(2007年11月2日)

— 以上 —